

Auslenkungs- und Leistungsbedarf von Lautsprecherchassis

Historie		
Version	Grund der Änderung	Datum
0.1	Erstellt	01.02.2023
0.2	Beschreibung der Vorgehensweise zur Berechnung der Strömungsgeschwindigkeit korrigiert	21.11.2024

1 Inhaltsverzeichnis

Auslenkungs- und Leistungsbedarf von Lautsprecherchassis.....	1
1 Einleitung.....	2
2 Berechnung des Verschiebevolumens.....	2
2.1 Das Verschiebevolumen bei einzelnen Frequenzen.....	2
2.2 Das Verschiebevolumen bei beliebigen Signalen.....	4
2.2.1 Das Verfahren mit ventilierten Gehäusen.....	8
2.2.2 Strömungsgeschwindigkeiten im Bassreflexkanal.....	9
3 Notwendige Leistung.....	11

1 Einleitung

Für den Entwurf von Lautsprechern oder einzelnen Chassis ist der geforderte Maximalpegel maßgeblich. Kann der Tieftöner nicht genügend Luftvolumen verschieben oder überhitzt der Mitteltöner wegen zu geringer Belastbarkeit kann der Maximalpegel nicht erreicht werden. In Aktivlautsprechern führt eine zu kleine Auslegung der jeweiligen Verstärker zu verfrühtem Clipping. Umgekehrt verursacht eine übermäßig große Auslenkung oder Belastbarkeit Mehrkosten und, im Falle der Auslenkung, einen geringeren Wirkungsgrad, da das Magnetfeld weniger effizient genutzt wird. Daher ist es sehr wichtig, im Vorfeld abschätzen zu können, welche Auslenkung und welche Belastbarkeit benötigt wird.

Lautsprecher müssen im Tiefton für eine angemessene Lautstärke sehr viel Luftvolumen verschieben können. Dieses Luftvolumen sollte möglichst linear verschoben werden, d.h. dass die Schwingspule in diesem Bereich immer noch den Großteil des Magnetfeldes erfassen kann. Das wird entweder durch einen erheblichen Schwingspulenüberhang – die Schwingspule ist deutlich länger als der Luftspalt – oder, viel seltener, durch einen Schwingspulenunterhang realisiert, bei dem die Schwingspule deutlich kürzer. Nach dem Motto „viel hilft viel“ sind heutzutage Chassis mit 10 mm linearer Auslenkung Spitze zu Spitze eher die Regel statt die Ausnahme.

Fast parallel entwickelte sich ein Trend zu immer kleineren Gehäusen, die aber dennoch die gleiche Maximallautstärke und Tiefgang wie größere Lautsprecher haben sollen. Neben der dadurch notwendigen höheren Auslenkung – durch die dann kleineren Membranen - erfordert dieser Trend auch häufig massive Entzerrungen und damit erheblich mehr Leistung, besonders im Tieftonbereich.

Diese Arbeit beschreibt zwei Verfahren, mit denen sich beides praxisnah abschätzen lässt. Das Verschiebevolumen ermöglicht zwei Arten, wovon die klassische Variante in Abschnitt 2.1 beschrieben und eine neue, realistischere in Abschnitt 2.2 eingeführt wird. Diese wird anschließend auf ventilierte Gehäuse und Strömungsgeschwindigkeiten in Bassreflexrohren ausgeweitet. Die Methode der notwendigen Leistung wird dann in Abschnitt 3 behandelt.

2 Berechnung des Verschiebevolumens

2.1 Das Verschiebevolumen bei einzelnen Frequenzen

Das Verschiebevolumen bei einzelnen Frequenzen lässt sich mit Hilfe von Schulphysik lösen. Um im Abstand R einen Schalldruck p zu erzeugen, muss gemäß

$p = F/A = m \cdot a / A$ die Masse m die Beschleunigung a erfahren. Bei kugelförmiger Abstrahlung ist $A = 4\pi R^2$ die Oberfläche einer Kugel in diesem Abstand. Die Masse ergibt sich aus dem von der Membran verschobenen Volumen $m = \rho V$ und muss über den gleichen Abstand beschleunigt werden. Somit kann die obige Gleichung geschrieben werden als:

$$p = \frac{\rho V}{4 \pi R^2} a \quad (2.1)$$

Die Beschleunigung ist die zweifache Ableitung der Strecke über die Zeit. Im Frequenzbereich entspricht diese zweifache Ableitung der Multiplikation mit dem Quadrat der Kreisfrequenz. Damit lässt sich der Frequenzverlauf des Schalldrucks bei gegebenem Verschiebevolumen bestimmen:

$$p(\omega) = \frac{\rho V}{4 \pi R^2} \omega^2 R \Leftrightarrow p(f) = \frac{\rho V}{4 \pi R} (2 \pi f)^2 = \frac{\rho \pi V}{R} f^2 \quad (2.2)$$

Durch Kürzen und Umstellen ergibt sich dagegen das für einen gewünschten Schalldruck notwendige Verschiebevolumen:

$$V(f) = \frac{R}{\rho \pi f^2} p(f) \quad (2.3)$$

mit den bekannten Proportionalitäten $V \propto R$ und $V \propto 1/f^2$.

Oft wird der Schalldruck als Effektivwert angegeben, für die Auslegung des Chassis ist aber das Verschiebevolumen in der Spitze interessant. Dazu multipliziert man einfach die rechte Seite von 2.3 mit der Quadratwurzel aus 2:

$$\hat{V}(f) = \sqrt{2} \frac{R}{\rho \pi f^2} p(f) \quad (2.4)$$

In der Praxis definiert man nun den Schalldruck bei der unteren Grenzfrequenz und bestimmt darüber das Verschiebevolumen. So ergeben sich für 94 dB SPL (1 Pa) und 40 Hz knapp 235 cm³. Die folgende Tabelle listet die notwendigen Volumen für Frequenzen ab 20 Hz im Terzabstand.

Frequenz / Hz	Verschiebevolumen / cm ³
20	938
26	555
34	328
44	194
57	115
74	68
97	40
125	24
163	14
212	8

Tabelle 1: Verschiebevolumen für 1 Pa effektiv Schalldruck in 1m Entfernung

Wie einleitend geschrieben gilt diese Berechnung für kugelförmige Abstrahlung in den Halbraum. Liegen andere Bedingungen vor so kann das Verschiebevolumen reduziert werden, z. B. bei Halbraumabstrahlung um den Faktor 2. Für kompliziertere Rundstrahlcharakteristika, wie sie sich beim Einsatz von Hörnern oder Arrays ergeben, muss der Schalldruck über die gesamte Oberfläche integriert werden. In der weiteren Analyse bleibt es bei der Betrachtung von Vollraum (4π) bzw. Halbraum (2π).

Das notwendige Verschiebevolumen gilt für alle Gehäusevarianten, egal ob offen oder geschlossen. In allen Varianten, in denen nicht die Energie der Rückseite der Membran benutzt wird (geschlossen (CB) oder unendliche Schallwand) kann dann direkt über die Membranfläche auf die Auslenkung geschlossen werden:

$$\hat{x} = \frac{\hat{V}}{S_d} \quad (2.5)$$

In allen anderen Gehäusen ist der Zusammenhang nicht so unmittelbar, sondern es muss, z. B. in Bassreflex-Gehäusen (BR), der Einfluss des Resonators mitberücksichtigt werden.

2.2 Das Verschiebevolumen bei beliebigen Signalen

Im vorherigen Abschnitt wurde das Verschiebevolumen bei einzelnen Frequenzen, also bei Sinustönen, bzw. der Frequenzgang des Verschiebevolumens bestimmt. Im realen Betrieb liegen aber in der Regel keine Einzeltöne, sondern ein Frequenzgemisch vor. Die Wiedergabe dieses Frequenzgemisches erzeugt beim Hörer ein Gefühl von Lautstärke, die dann in keinem relevanten Zusammenhang mit dem im vorherigen Abschnitt behandelten Spitzenschalldruck hat. Zusätzlich wird dieses Gemisch üblicherweise durch eine Frequenzweiche auf mehrere Chassis verteilt und durch weitere Filter, z. B. zum Ausgleich des Gehäuseeinflusses („Baffle Step“), verformt.

Liegt das Signal im Zeitbereich vor so bildet man zur Berechnung das doppelte Integral von Gleichung 2.1

$$\iint P(t) dt^2 = \frac{\rho V(t)}{4\pi D^2} D \quad (2.6)$$

und formt das Ergebnis um

$$V(t) = \frac{4\pi D}{\rho} \iint P(t) dt^2 \quad (2.7)$$

Der Spitzenwert

$$\hat{V} = \max|V(t)| \quad (2.8)$$

Ist das für die Wiedergabe des Signals notwendige Verschiebevolumen.

In der Anwendung kommen unterschiedlichste Frequenzgemische vor. Für den Entwurf ist es unpraktisch, diese Berechnungen für zahlreiche Gemische zu verwenden. Stattdessen ist es ratsam, ein synthetisches Signal zu verwenden.

Ein gut geeignetes Signal ist dabei ein dünn besetzter Multiton. Dieser besteht aus 60 Einzeltönen, logarithmisch verteilt zwischen 20 Hz und 20 kHz. Die Amplituden werden nach EIA-462B gewichtet. Die Phasen der Einzeltöne werden quasi-zufällig verteilt, so dass sich ein Crestfaktor von nahezu 12 ergibt. Im Ergebnis hat man ein synthetisches Signal, welches die Anforderungen von zeitgenössischer Musik gut nachbildet, ohne in der Erstellung zu komplex zu sein.

Zur vollständigen Berechnung des Verschiebevolumens führt man folgende Schritte durch:

1. Definieren des Zielpegels, z. B. 85 dBA
2. Erstellen des Testsignals mit diesem Pegel. Die spektrale Verteilung dieses Signals entspricht dem Signal am Ausgang des Verstärkers. Im Folgenden wird nun das Verhalten des Lautsprechers nachempfunden.
3. Begrenzung der Bandbreite des gesamten Lautsprechers auf die untere und obere Grenzfrequenz
4. Ggf. Vorentzerrung des gesamten Lautsprechers auf den gewünschten Frequenzgang
5. Ggf. Nachjustierung des Pegels des Testsignals. Die Bandbegrenzung und Entzerrung verändert den Gesamtpegel, so dass das Signal lauter oder leiser als der vorgegebene Zielpegel sein kann.
6. Bei Mehrwegelautsprechern: Filtern und Entzerren des Signals, so dass sich der Frequenzgang des betrachteten Chassis ergibt
7. Liegt das Signal nur im Frequenzbereich vor sollte eine Transformation in den Zeitbereich erfolgen; das Signal muss dann gleichanteilsfrei sein
8. Zweifache Integration des Signals (vorzugsweise im Zeitbereich)
9. Ermittlung des Maximalwertes und Skalierung entsprechend Gleichung 2.7

Dieses Verfahren soll an einem Beispiel eines typischen kleinen Zweiwegelautsprechers gezeigt werden. Die in diesem Fall relevanten Daten seien 50 Hz untere Grenzfrequenz im

geschlossenen Gehäuse, obere Grenzfrequenz > 20 kHz, „Baffle Step“ bei 500 Hz, Trennung bei 2 kHz. Zielpegel soll 85 dBA in 1 m Entfernung sein; andere Pegel und Entfernung lassen sich durch einfache Skalierung bestimmen. Die Berechnung erfolgt mit Hilfe eines zu diesem Zweck modifizierten, selbst entworfenen Programmes.

Ein Signal wie der oben beschriebene Multiton muss auf 88,6 dB unbew. skaliert werden, um 85 dBA zu erzeugen.

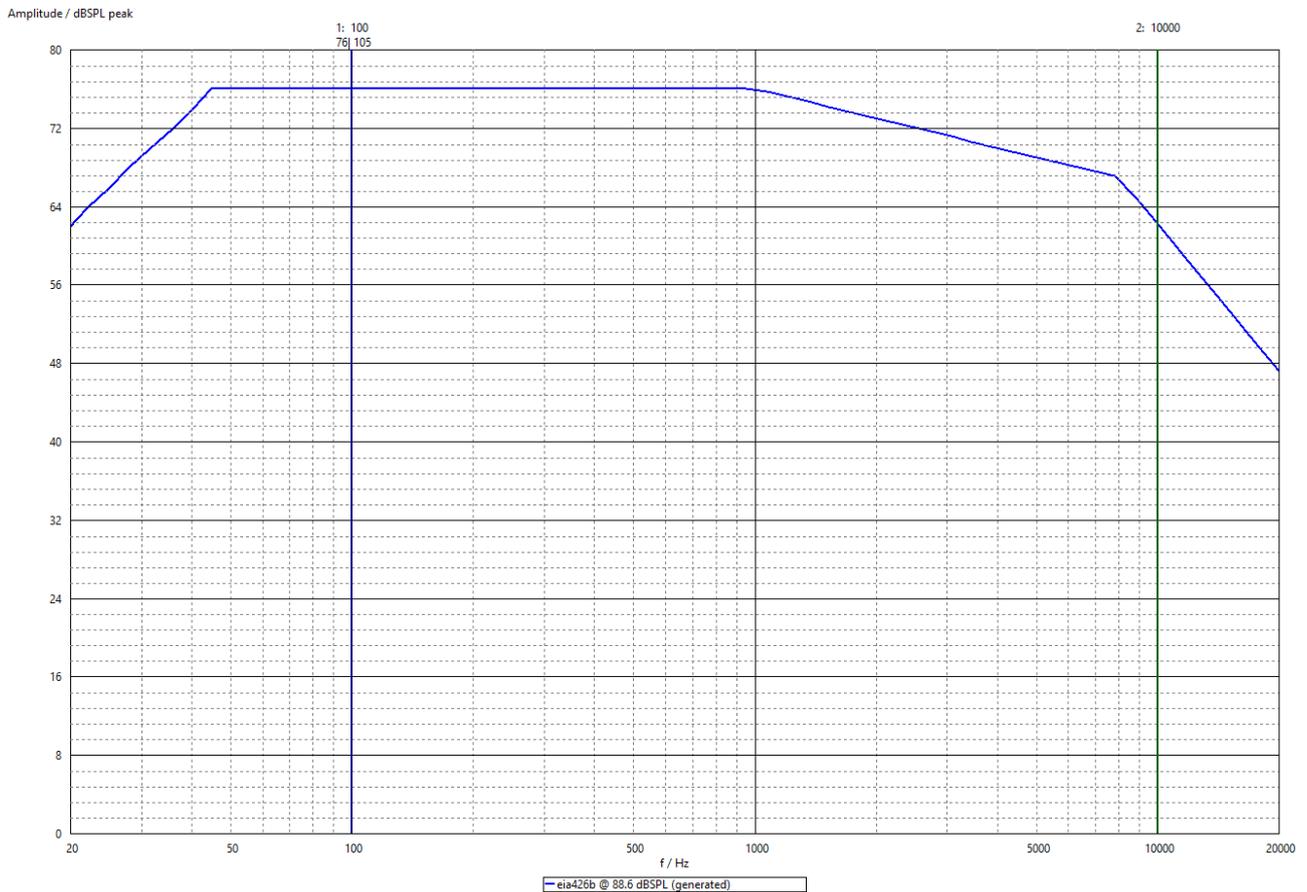


Abbildung 1: Multiton mit spektraler Verteilung nach EIA-426B

Die 50 Hz untere Grenzfrequenz werden durch einen Hochpass 2. Ordnung mit Butterworth-Charakteristik nachgebildet. Der Einfluss auf den A-bewerteten Schalldruckpegel ist vernachlässigbar.

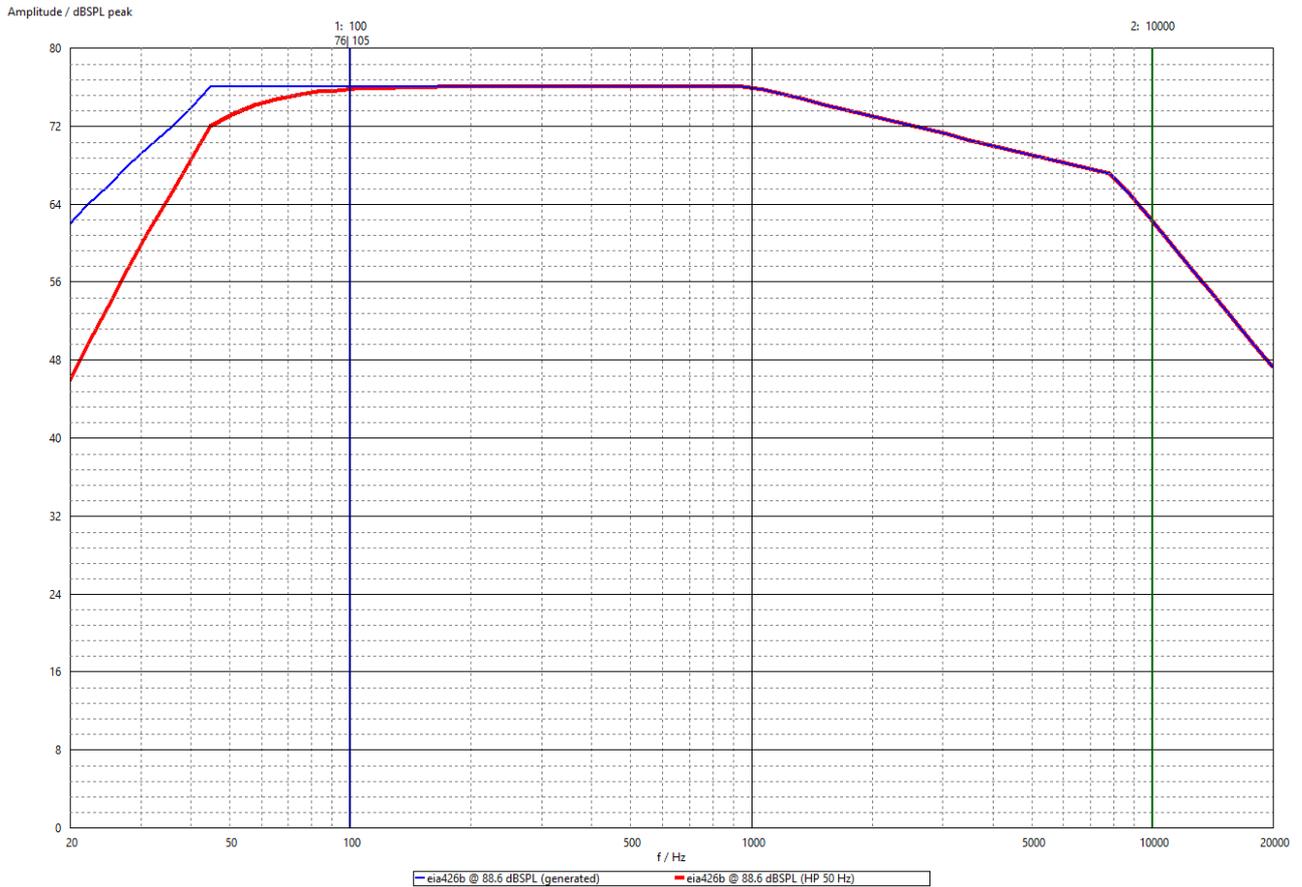


Abbildung 2: Anwendung eines Hochpasses zweiter Ordnung bei 50 Hz (rote Kurve)

Anwendung des Tiefpassfilters (Linkwitz-Riley 4. Ordnung) und Korrektur des „Baffle Steps“ (Shelve 1. Ordnung) ergibt die grüne Kurve:

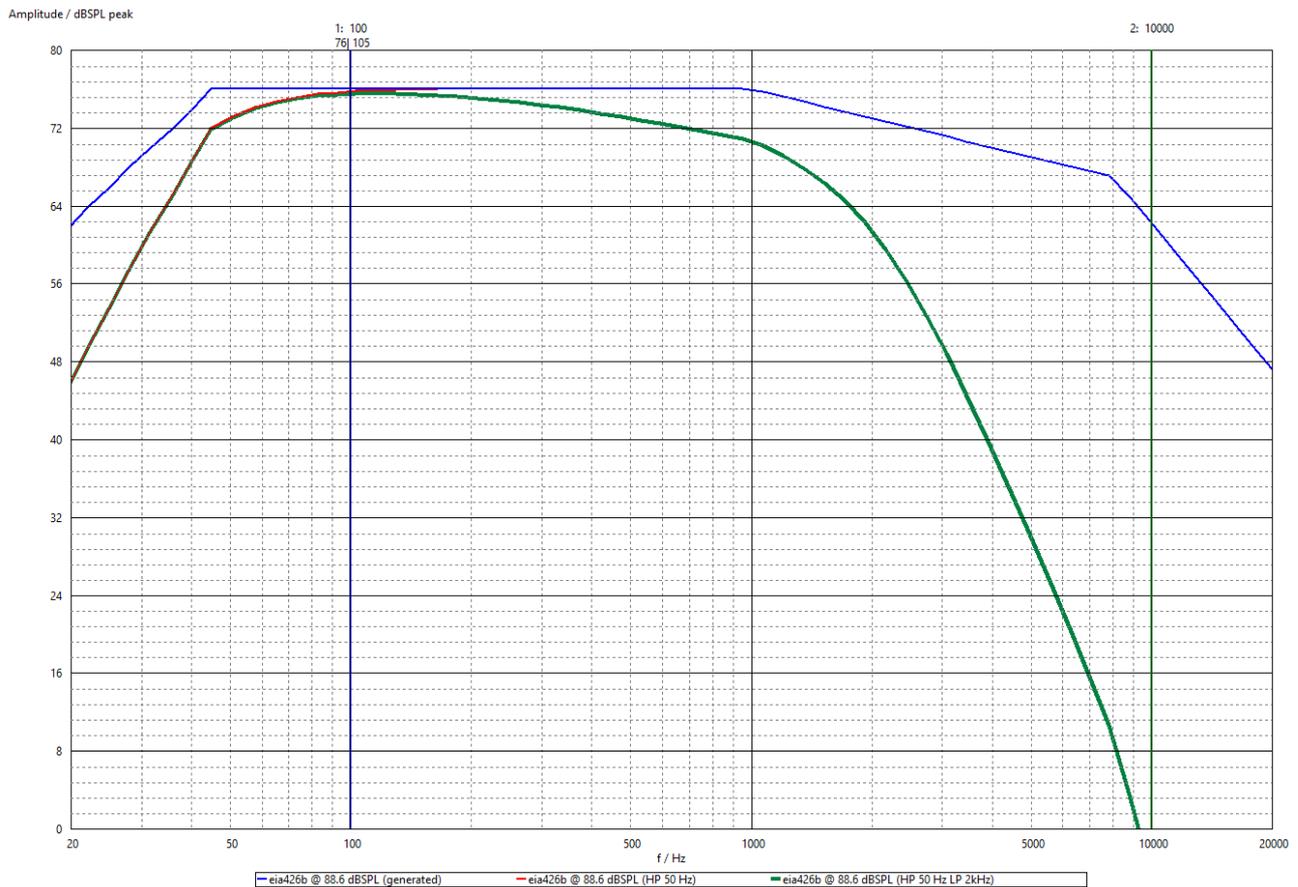


Abbildung 3: Zusätzlicher Tiefpass (LR4) bei 2 kHz und nachgebildeter "Baffle Step"

Durch die Filterung ist der unbewertete Pegel des Signals auf 86 dB gefallen, der Crestfaktor allerdings auf 16,6 dB gestiegen. Der Spitzenpegel ist dadurch 102,6 dB. Die zweifache Integration und anschließende Skalierung ergeben für das Verschiebevolumen 54,9 cm³. Zum Vergleich: um den gleichen Spitzenpegel bei der unteren Grenzfrequenz zu erzielen müssten nach dem Verfahren in 2.1 knapp 300 cm³, also etwas weniger als das sechsfache, verschoben werden.

2.2.1 Das Verfahren mit ventilierten Gehäusen

Das Verfahren in 2.2 liefert das für eine gewünschte Lautstärke notwendige Verschiebevolumen. Daraus lässt sich, bei gegebener Membranfläche, für geschlossene Gehäuse direkt die notwendige Auslenkung bestimmen, da ein unmittelbarer Zusammenhang besteht. Bei Gehäusen mit die Rückseite der Membran belastenden Resonator (z.B. Bassreflex) gilt dieser nicht mehr. Stattdessen übernimmt der Resonator einen erheblichen Anteil des Verschiebevolumens.

Für eine möglichst genaue Nachbildung der Verhältnisse benötigt es ein Modell des Gehäuses aus konzentrierten Elementen, um die Teilschalldrücke bestimmen zu können. Dieses Modell müsste entweder in das oben beschriebene Programm integriert werden, oder die entsprechenden Frequenzgänge müssten aus einem Simulationsprogramm importiert werden können. Beides ist bisher noch nicht möglich.

Es gibt aber eine einfache Möglichkeit, sich diesem anzunähern:

1. Im obigen Verfahren setzt man an Schritt 3 für die untere Grenzfrequenz nicht die des gesamten Lautsprechers ein, sondern nimmt an, dass das Chassis „free air“ betrieben wird, d.h. man benutzt die Freiluftresonanzfrequenz und Gesamtgüte Q_{ts} für die Hochpassfunktion.
2. In Schritt 6 ergänzt man einen Notch-Filter auf der Resonanzfrequenz des Resonators; der Notch-Filter sollte dessen Güte aufweisen.

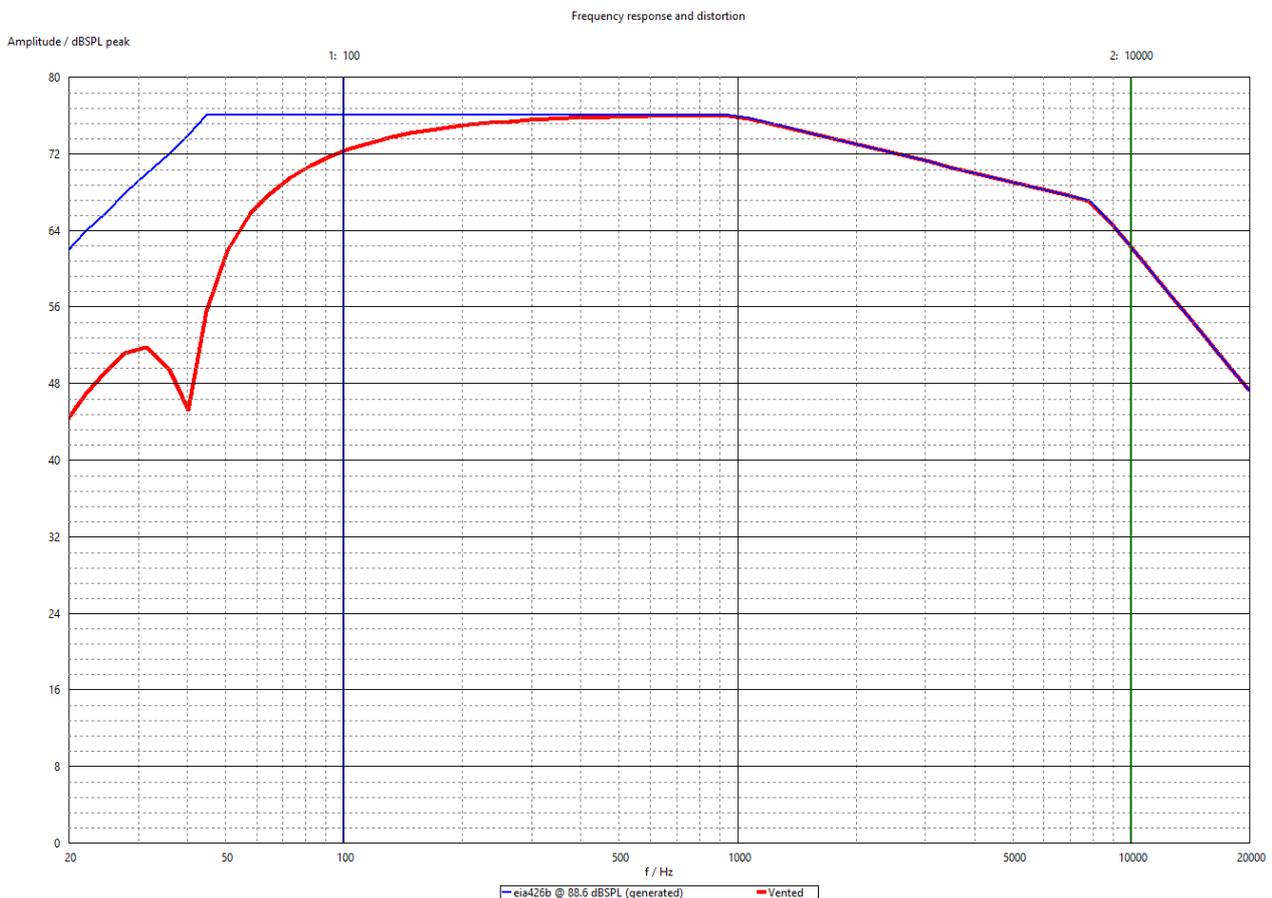


Abbildung 4: Frequenzgang eines Chassis mit rückwärtigem Resonator

Abbildung 4 zeigt den resultierenden Frequenzgang eines Chassis in einem Bassreflex-Gehäuse. Das Chassis hat eine Freiluftresonanz von 40 Hz mit $Q_{ts} = 0,36$, der Resonator wurde auf 40 Hz mit einer angenommenen Güte von 10 abgestimmt. Ohne weitere Filtermaßnahmen ergeben sich für 85 dBA so 23,1 cm³ Verschiebevolumen, ohne Resonator (blaue Kurve) sind es 111,4 cm³. Das entspricht einer Verbesserung um 13,7 dB. Hierbei gilt es zu beachten, dass diese Verbesserung nur unter diesen Bedingungen und im Vergleich zu einem Lautsprecher im geschlossenen Gehäuse mit einer Grenzfrequenz < 20 Hz zu erzielen ist. Begrenzt man diese auf 40 Hz reduziert sich das Verschiebevolumen auf 68,6 cm³, entsprechend 9,5 dB mehr als in der Bassreflex-Variante.

2.2.2 Strömungsgeschwindigkeiten im Bassreflexkanal

Bassreflexkanäle werden weniger durch das Verschiebevolumen, sondern durch die Strömungsgeschwindigkeit limitiert. Die Strömungsgeschwindigkeit hängt über die

Querschnittsfläche mit dem Volumenstrom zusammen, der wiederum das zeitliche Integral bzw. die einfache Ableitung der Volumenbeschleunigung ist. Dazu wird aus dem doppelten Integral in Gleichung 2.7 ein einfaches

$$dV(t)/dt = \frac{4\pi D}{\rho} \int P(t) dt^2 \quad (2.9)$$

Wie in Gleichung 2.8 ist das Maximum dieser Funktion der gesuchte Wert.

Programmatisch muss dazu der Port simuliert werden. Dazu erstellt man die Ausgangskurve (Schritt 1 aus 2.2.1) und das Spektrum des Eingangssignals inklusive aller Entzerrungen, wendet den Notch-Filter auf die erstgenannte Kurve an und subtrahiert das Ergebnis von der letzteren. Diese Kurve ist der Schalldruck des Ports, in der Summe ergibt sich wieder das Spektrum des Eingangssignals.

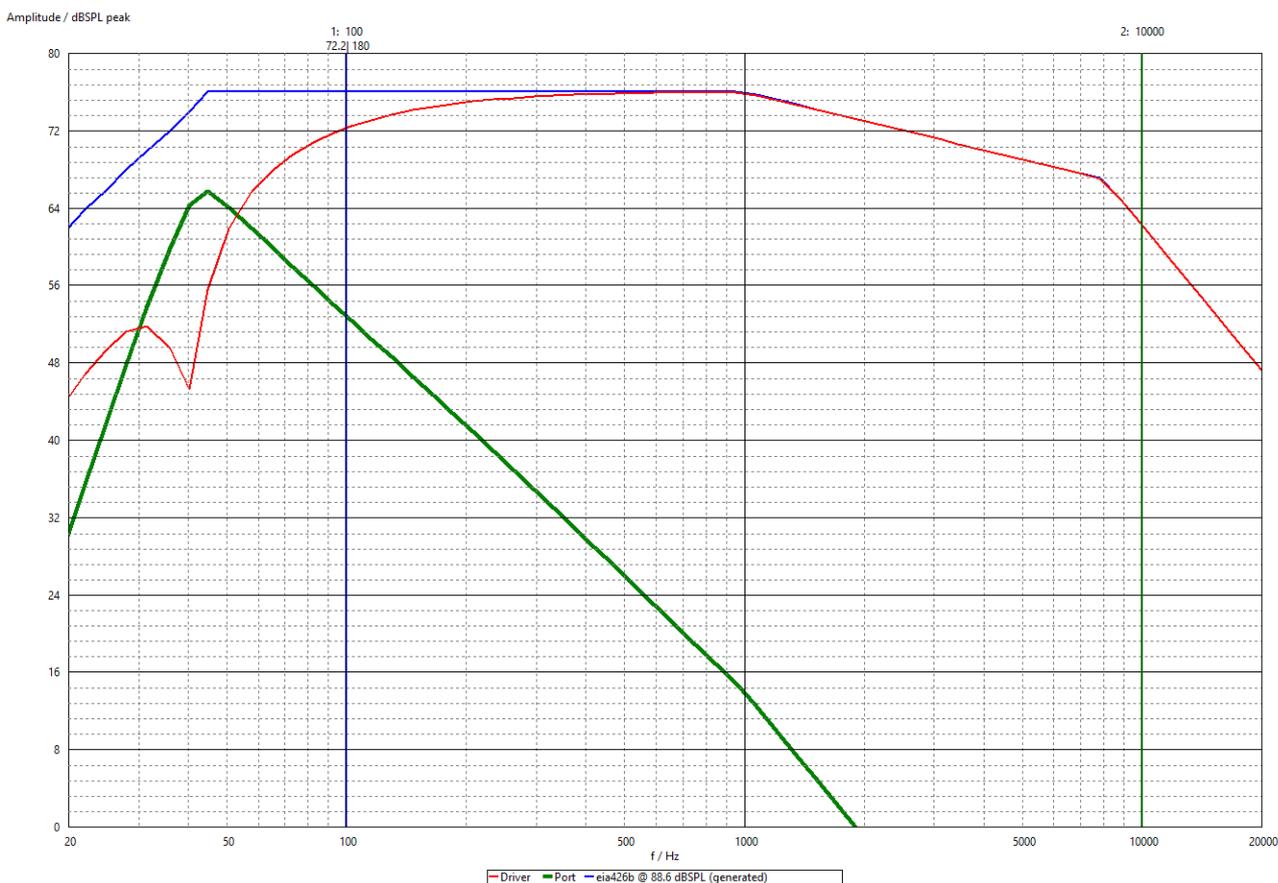


Abbildung 5: Frequenzgänge von Chassis (rot) und Port (grün). Zum Vergleich das Ausgangsspektrum nach EIA-426B in blau

Unter den gleichen Bedingungen wie in Abschnitt 2.2.1 ergibt sich so ein Volumenstrom von 6105 cm³/s. Daraus lässt sich die Geschwindigkeit der Luft im Port über die Querschnittsfläche berechnen. Für 20 cm² ergeben sich so ca. 3 m/s.

3 Notwendige Leistung

Im Entwurf eines Lautsprechers ist interessant, wie hoch seine elektrische Belastung bzw. die dafür notwendige Verstärkerleistung¹ ist. Bei Einzeltönen lässt sich dies recht einfach bestimmen, für beliebige Signale muss man allerdings eine allgemeine Berechnung anstellen. Zweckmäßigerweise betrachtet man den Zusammenhang zwischen Signal X und Ausgang Y im Frequenzbereich:

$$Y(s=j\omega) = X(s) G_{EQ}(s) A G_{DRV}(s) \quad (3.1)$$

$G_{EQ}(s)$ ist dabei die Entzerrung, um die Zielübertragungsfunktion zu erhalten. $G_{DRV}(s)$ ist die normierte Übertragungsfunktion des Chassis und A dessen Verstärkung. Diese lässt sich aus der Empfindlichkeit k mit

$$A = 10^{\frac{k-94}{20}} \quad (3.2)$$

Berechnen und hat die Einheit $\frac{Pa}{V}$. Üblicherweise wird die Empfindlichkeit bei 2,83 V angegeben, für die weitere Berechnung ist der genaue Spannungswert aber nicht relevant, es sollte nur beachtet werden, dass k bezogen auf 1 V 9 dB kleiner ist.

Stellt man Gleichung 3.1 um

$$X(s) G_{EQ}(s) = Z(s) = \frac{Y(s)}{G_{DRV}(s) A} \quad (3.3)$$

erhält man den für das gewünschte Ausgangssignal Y notwendigen Spannungsfrequenzgang am Chassis. Damit lässt sich im Zeitbereich über

$$z_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} z(t)^2 dt} \quad (3.4)$$

der Effektivwert der Spannung am Chassis.

Zur praktischen Berechnung geht man folgendermaßen vor:

1. Definieren der Lautstärke, mit der Signal X wiedergegeben werden soll
2. Definieren der Zielfunktion Y. Bei Mehrwegelautsprechern müssen hier die Einzelfrequenzgänge berücksichtigt werden.
3. Nachbilden des Frequenzgangs $G_{DRV}(s)$ des Chassis im Einbauzustand
4. Die Entzerrung ergibt sich dann durch $G_{EQ}(s) = \frac{Y(s)}{G_{DRV}(s) A}$ unter Annahme von $A X(s) = 1$
5. Nun lässt sich $Z(s)$ nach Gleichung 3.3 und damit der Effektivwert Z_{eff} nach Gleichung 3.4 berechnen.

¹ Audioverstärker arbeiten üblicherweise als Spannungsquelle, die Ausgangsleistung ist daher abhängig vom frequenzvariablen Lastwiderstand. Außerdem ist die Angabe der Empfindlichkeit üblicher als die des Wirkungsgrades. Daher wird im Folgenden die Ausgangsspannung statt der -leistung verwendet.

In Abbildung 6 sind die bei diesem Vorgehen erzeugten Kurven abgebildet. Die Kurven sind aus programmtechnischen Gründen skaliert. Wie in Abschnitt 2.2 wird hier ein Tieftöner in einem Zweiwegelautsprecher mit Trennung bei 2 kHz und LR4-Filter simuliert. Der Baffle Step liegt hier wie dort bei 500 Hz. Hinzu kommt ein viel zu kleines geschlossenes Gehäuse, welches eine resultierende Resonanzfrequenz von 120 Hz mit $Q=2$ erzeugt. Die Zielfunktion soll eine untere Grenzfrequenz von 50 Hz haben.

Das Signal (blaue Kurve) ist der bereits beschriebene Multiton und soll mit 85 dBA in 1 m Entfernung wiedergegeben werden. Daraus ergibt sich ein unbewerteter Pegel von 88,6 dB. Das durch das obige Vorgehen erzeugte resultierende Signal (hervorgehoben dargestellte Kurve) hat nun 100,6 dB. Von diesem Pegel muss man die Empfindlichkeit des Chassis abziehen. Nimmt man typische 89 dB bei 2,83 V an so ergeben sich 10,8 Veff am Chassis. Der Crestfaktor beträgt 9,6 dB, somit die Spitzenspannung 32,6 V.

Die entspricht auch der notwendigen Spitzenspannung am Ausgang des Verstärkers mit aktiver Filterung. Wird passiv, also zwischen Verstärker und Lautsprecher getrennt, so kann nur abgesenkt werden, und der Verstärker muss deutlich höhere Ausgangsspannung bieten. In diesem extremen Fall bedeutet das, dass der Unterschied zwischen der blauen und der resultierenden Kurve ausgeglichen muss. Das wären annähernd 20 dB mehr! Hinzu kommt noch die Spannung, welche für den Hochtöner aufgewendet werden muss.

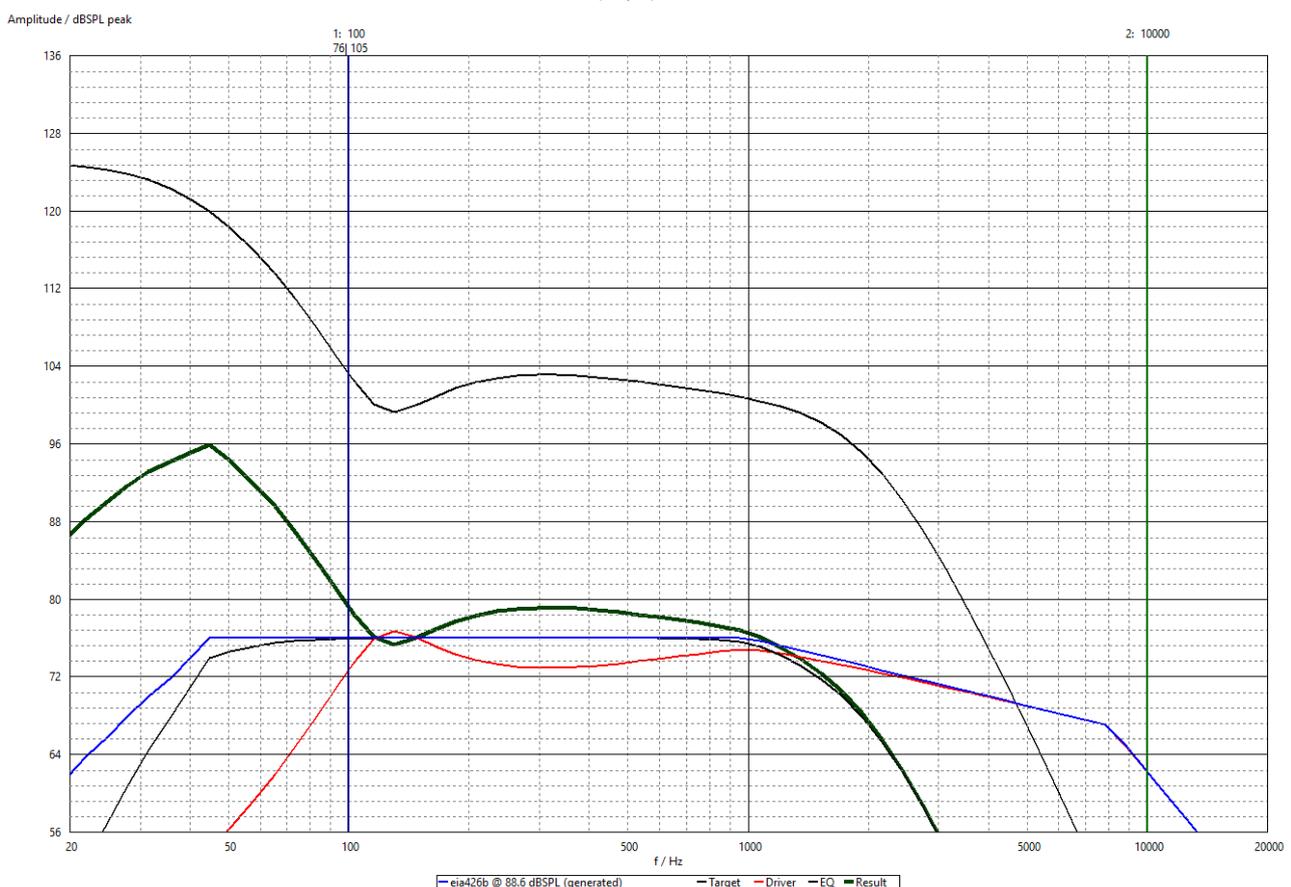


Abbildung 6: Frequenzgangkurven zur Berechnung der Leistung am Verstärker